

../

ゆったり楽しむ高等数学
【第 31 回】単項イデアル

../

【趣旨】

数学の楽しみ方には二つ(もっと?)あると思います。
一つは今ある知識を使って難問を解く楽しみ。
もう一つは数学の美しい理論体系を知る楽しみ。

このメルマガでは後者を読者として想定し、だいたい月一回のペースで高等数学の基礎的な問題を出題します。

初めてこのメルマガを読まれる方は、
<http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/melmag.html>
にも目を通していただくと、よりお楽しみいただけます。
このメルマガの意義と読み方を簡単に説明しています。

前回の問題と解答例

[問] 有理整数環 \mathbb{Z} の任意のイデアルは単項イデアルであることを示せ。

[解] \mathbb{Z} の任意のイデアルを I とする。 I の中の正の整数のうち最小のものを d とする。任意の $a \in I$ を d で割った時の商と余りをそれぞれ q, r とする。すなわち $a = qd + r$ 、かつ $0 \leq r < d$ 。ところで $a - qd \in I$ なので $r \in I$ となるが、 d の定義から $r = 0$ でなければならない。つまり、 $a = qd$ となり、 a は d の倍数となる。 a は任意だったので $I = (d)$ ということになり、 I は単項イデアル。

問題

[問] n 個の実変数 x_1, x_2, \dots, x_n の関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の極値を求める問題を考える。ただし変数は拘束条件 $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ を満たすとする。また f, g は連続かつその偏微分も連続であるとする。これを次のように解く方法をラグランジュの未定乗数法という。

関数 $F = f - \lambda g$ を定義する。ここで λ は新たに導入した変数である。 x_1, x_2, \dots, x_n および λ

が互いに独立であるかのように思って F を偏微分し 0 と置く。すなわち

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} = 0, \quad \dots \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} = 0, \quad g = 0$$

と置く。これを x_1, x_2, \dots, x_n について解くと、それらは f の極値を与える点となる。すなわち x_1, x_2, \dots, x_n の解を $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ とすれば $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ は極値かつ $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$ 。この解法が正しいことを示せ。

後記

iPhone でドラクエ4ができるようになり、私もさっそくアプリをダウンロードして始めました。

前にやった時はファミコンだったので、見た目はずいぶん違いますが、やはり懐かしくプレイしています。

小二の長男も興味があるらしく、休みの日には少しやらせてあげています。

ただ、長男の認識では、ひたすら敵と戦ってお金を貯めて強くなるのが目的だと思っているらしく、なので街の人との会話は全然覚えていないことが発覚。少なくともストーリーは追ってくれと教えてあげました。

広告

インターネット家庭教師 <http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/lecture.html>

数学や物理学を学びたいという方を対象に、学習のお手伝いをさせていただいております。大学学部以上の数学と物理学（およびその周辺分野）専門になっております。またインターネット環境を使つての学習になりますので、ご自宅にしながら勉強を進めていくことができます。

本郷（ほんきょう） <http://honkyo.jp/>

著者の知り合いが経営している健康関連のお店です。特にアトピーなど肌が弱い人のためにおススメの石鹸があります。もちろん敏感肌の方にも！

../../../../../../../../../../../../../../../../

ゆったり楽しむ高等数学

発行者：柴尾昌克

e-mail：dirac_eqn(a)yahoo.co.jp (a) を@に変えてください。

公式サイト：<http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/>

メルマガ登録・解除：<http://www.mag2.com/m/0001366532.html>

../../../../../../../../../../../../../../../../