_/

ゆったり楽しむ高等数学
【第 24 回】完全系列

_/

【趣旨】
数学の楽しみ方には二つ（もっと？）あると思います。
一つは今ある知識を使って難問を解く楽しみ。
もう一つは数学の美しい理論体系を知る楽しみ。

このメルマガでは後者を読者として想定し、だいたい月一回の
ペースで高等数学の基礎的な問題を出題します。

※初めてこのメルマガを読まれる方は、
http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/melmag.html
にも目を通していただけると、よりお楽しみいただけます。
このメルマガの意義と読み方を簡単に説明しています。

■前回の問題と解答例■

[問] 群 G, G' で次の完全系列

$$\{e\} \to G \to G' \to \{e\}$$

が成り立つとき、G と G' は同型であることを証明せよ。ここで各写像は群の準同型写像である。

[解] 完全系列中の各写像を次のように名づける。

$$\{e\} \xrightarrow{f} G \xrightarrow{g} G' \xrightarrow{h} \{e\}$$

まず、$\mathrm{im}\, f = \ker g$ より $\{e\} = \ker g$。また $\mathrm{im}\, g = \ker h$ より $\mathrm{im}\, g = G'$。これは写像 g が同型写像であることにほかならない。よって G と G' は同型。

■問題■

[問] 次の積分で定義される関数 $\Gamma(z)$ をガンマ関数という。

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$$

ただし、$\mathrm{Re}\, z > 0$。

ガンマ関数は

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$$

を満たすことを示せ。特に n を非負整数とすると $\Gamma(n+1) = n!$ となることを示せ。

■後記■

最近うちの隣の市にコストコができました。今までテレビで見聞きはしていましたが、まるでテーマパークのようですね。
売ってるものが巨大です。こないだ、家内がピザを買ってきましたが、四分の一に切り取ったものでも、家族で食べきれるかどうか…。
とにかく家内には、コストコ行くときは何を買うか事前に決めてから行くように言っときます。でないと、無駄遣いしそうですからね。

_/

ゆったり楽しむ高等数学
発行者：柴尾昌克

e-mail：dirac_eqn(a)yahoo.co.jp　(a) を@に変えてください。
公式サイト：http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/
メルマガ登録・解除：http://www.mag2.com/m/0001366532.html

_/