_/

ゆったり楽しむ高等数学
【第 21 回】体の有限拡大

_/

【趣旨】
数学の楽しみ方には二つ（もっと？）あると思います。
一つは今ある知識を使って難問を解く楽しみ。
もう一つは数学の美しい理論体系を知る楽しみ。

このメルマガでは後者を読者として想定し、だいたい月一回の
ペースで高等数学の基礎的な問題を出題します。

※初めてこのメルマガを読まれる方は、
http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/melmag.html
にも目を通していただけると、よりお楽しみいただけます。
このメルマガの意義と読み方を簡単に説明しています。

■前回の問題と解答例■

[問] 体 F の拡大体を E とする。拡大 E/F が有限拡大であれば、代数拡大であることを示せ。

[解] $[E:F]=n$ とする。任意の $\alpha \in E$ をとると、$1, \alpha, \alpha^2, \ldots, \alpha^n$ はベクトル空間の意味で線形従属である。というのは、n 次元ベクトル空間における $n+1$ 個のベクトルは線形従属であるから。よって全てが 0 でない $c_i \in F$ に対して

$$\sum_i c_i \alpha^i = 0$$

が成り立つ。これは α が代数方程式

$$\sum_i c_i x^i = 0$$

の根であることを意味し、α は F 上代数的である。α は任意であったので、E は F の代数拡大になっている。

■問題■

[問] 微分方程式

$$\frac{d}{dx}\left\{(1-x^2)\frac{dP_n}{dx}\right\}+n(n+1)P_n(x)=0$$

を満たす多項式をルジャンドル多項式という。このとき次の関係式を示せ。

$$\int_{-1}^{1} P_m(x)P_n(x)dx=0$$

ただし、$m \neq n$。

■後記■

最近、インターネット家庭教師のサイトを少し書き変えたいと思い、構想中です。
SEO 対策が最終的な目標なのですが、最近は小手先のテクニックだけでは順位を上げることができないとのこと。結局は有用な情報を載せるに尽きるそうです。
というわけで、思案中です。

▼△▼△▼△ 広告 ▼△▼△▼△▼△▼△

インターネット家庭教師 http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/lecture.html

数学や物理学を学びたいという方を対象に、学習のお手伝いをさせていただいております。
大学学部以上の数学と物理学（およびその周辺分野）専門になっております。
またインターネット環境を使っての学習になりますので、ご自宅にいながら勉強を進めていくことができます。

本郷（ほんきょう） http://honkyo.jp/

著者の知り合いが経営している健康関連のお店です。
特にアトピーなど肌が弱い人のためにおススメの石鹸があります。
もちろん敏感肌の方にも！

▼△▼△▼△▼△▼△▼△▼△▼△▼△▼

_/_/_/

公式サイト：http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/
メルマガ登録・解除：http://www.mag2.com/m/0001366532.html

_/_/_/