

../

ゆったり楽しむ高等数学

【第 10 回】正規部分群

../

【趣旨】

数学の楽しみ方には二つ（もっと？）あると思います。

一つは今ある知識を使って難問を解く楽しみ。

もう一つは数学の美しい理論体系を知る楽しみ。

このメルマガでは後者を読者として想定し、だいたい月一回のペースで高等数学の基礎的な問題を出題します。

初めてこのメルマガを読まれる方は、

<http://phys.main.jp/melmag/melmag.html>

にも目を通していただけると、よりお楽しみいただけます。

このメルマガの意義と読み方を簡単に説明しています。

前回の問題と解答例

[問] 群 G の任意の部分集合 M に対して、それを含む最小の正規部分群が存在することを示せ。

[解] まず、 M を含む正規部分群が存在することは明らかである。なぜなら G 自身が正規部分群であり、かつ M を含んでいるから。さて M を含む正規部分群の全体 $\{N_i\}$ を考えよう。 $N = \cap N_i$ とおく。すると N は M を含む最小の正規部分群である。それを示そう。まず部分群であることから、 $x, y \in N$ をとると、全ての i に対して $x, y \in N_i$ であることから、 $xy^{-1} \in N_i$ なので $xy^{-1} \in N$ 。次に正規性であるが、 $x \in N$ をとると、全ての i に対して $x \in N_i$ であることから、任意の $a \in G$ に対して $axa^{-1} \in N_i$ なので $axa^{-1} \in N$ 。

問題

[問] 複素平面上の領域 D とその境界 ∂D で、（正則とは限らない）複素関数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ が定義されている。ただし $z = x + iy$ で、 $u(x, y), v(x, y)$ は実関数とする。 u, v は微分可

能とするとき、

$$\oint_{\partial D} f(z)dz = 2i \int_D \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} dx dy$$

を証明せよ。ただし、グリーンの公式

$$\oint_{\partial D} (A dx + B dy) = \int_D \left(-\frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x} \right) dx dy$$

を使ってもよい。

特に $f(z)$ が上記定義域で正則ならば、コーシーの積分定理が得られる。

後記

夏真っ盛りとなりました。

学生さんたちは夏休みですね。中には就職活動で汗を流している方々もおられるかも知れませんが、

年を取ったせいなのか、本当に地球上の気温が上がっているせいなのか、よくは分かりませんが、最近の夏はほんとに体にこたえますね。そんな中でも、ウチの子供たちは汗をかきながらも元気に遊んでおります。うらやましい…。

みなさまにおかれましては、熱中症にお気をつけてお過ごし下さい。それからオリンピック観戦で寝不足気味な方は、特に気をつけて下さいね。

広告

インターネット家庭教師 <http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/lecture.html>

数学や物理学を学びたいという方を対象に、学習のお手伝いをさせていただいております。大学学部以上の数学と物理学（およびその周辺分野）専門になっております。またインターネット環境を使っての学習になりますので、ご自宅にしながら勉強を進めていくことができます。

本郷（ほんきょう）<http://honkyo.jp/>

著者の知り合いが経営している健康関連のお店です。特にアトピーなど肌が弱い人のためにおススメの石鹸があります。

もちろん敏感肌の方にも！

~/

ゆったり楽しむ高等数学

発行者：柴尾昌克

e-mail：dirac_eqn(a)yahoo.co.jp (a) を@に変えてください。

公式サイト：<http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/>

メルマガ登録・解除：<http://www.mag2.com/m/0001366532.html>

~/