

../

ゆったり楽しむ高等数学

【第5回】ベイズの定理

../

【趣旨】

数学の楽しみ方には二つ（もっと？）あると思います。

一つは今ある知識を使って難問を解く楽しみ。

もう一つは数学の美しい理論体系を知る楽しみ。

このメルマガでは後者を読者として想定し、だいたい月一回のペースで高等数学の基礎的な問題を出題します。

初めてこのメルマガを読まれる方は、

<http://phys.main.jp/melmag/melmag.html>

にも目を通していただくと、よりお楽しみいただけます。

このメルマガの意義と読み方を簡単に説明しています。

前回の問題と解答例

[問] ある医療研究機関が、確度の高いガン発見方法を開発した。大勢のガン患者に対して、この方法をテストした結果、99%の確率で陽性反応が出た。一方、大勢の健常者に対してもこのテストをやってみると2%だけではあるが、やはり陽性反応が出た。さて統計的調査によれば、全人口の0.1%はガンにかかっているということが分かっているとする。さて、巷から無作為に選んだある被験者に対し、このテストをしたら陽性反応が出たとする。このとき、この被験者がガンではない確率を求めよ。

[解] この被験者ががんにかかっており、かつ陽性反応が出る確率は $0.001 \times 0.99 = 0.00099$ 。一方、この被験者ががんにかかっておらず、かつ陽性反応が出る確率は $0.999 \times 0.02 = 0.01998$ 。したがって、この被験者が陽性反応を出したという条件の下で、がんにかかっていない確率は、 $0.01998 / (0.00099 + 0.01998) \approx 0.95$ 、すなわち約95%である。

解説

この問題は「ガンにかかる確率」と、「ガンの場合に陽性反応を出す条件付確率」が与えられたときに、「陽性反応の場合にガンである条件付確率」を問うています。「ガン＝原因」で「テスト結

果 = 結果」ですから、「陽性反応の場合にガンである条件付確率」は結果から原因を推測していることになります。これを特に事後確率と呼びます。これに関しては有名なベイズの定理があり、上記解答は正にベイズの定理そのものになっています。

ベイズの定理： $P(A)$ を事象 A が起こる確率、 $P(A|B)$ を事象 B が起こった条件下での事象 A が起こる条件付確率とする。すると

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

が成り立つ。

問題

[問] $z = f(x, y)$ のグラフを考えよう。点 (x_0, y_0) での f の任意の方向微分を考えたときに、最大の勾配を与える向きは $\text{grad}f$ に平行である。

今回はベクトル解析からの出題です。理工系大学にいた方ならほとんどの方が学ばれたことがあるのではないかと思います。

後記

OCW (OpenCourseWare) ってご存知でしょうか？

「大学や大学院などの高等教育機関で正規に提供された講義とその関連情報を、インターネットを通じて無償で公開する活動」(Wikipedia より) であり、私はよく東工大数学科のを見たりしています。

講義ノートが多いのですが、中には動画で提供されているものもあります。で、その動画ですが、最近たまたま見つけたのですが、慶応大学が Youtube でも流しているのですね。

今までは、「数学」や「物理」で Youtube を検索しても、学習塾か入門動画しか見当たらなかったような気がするのですが、今見ると、慶応の講義が見られるんですね。

面白い世の中になってきました！

広告

インターネット家庭教師 <http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/lecture.html>

数学や物理学を学びたいという方を対象に、学習のお手伝いをさせていただいております。大学学部以上の数学と物理学（およびその周辺分野）専門になっております。

またインターネット環境を使つての学習になりますので、ご自宅にしながら勉強を進めていくことができます。

本郷（ほんきょう） <http://honkyo.jp/>

著者の知り合いが経営している健康関連のお店です。
特にアトピーなど肌が弱い人のためにおススメの石鹸があります。
もちろん敏感肌の方にも！

_/

ゆったり楽しむ高等数学

発行者：柴尾昌克

e-mail： [dirac_eqn\(a\)yahoo.co.jp](mailto:dirac_eqn(a)yahoo.co.jp) （a）を@に変えてください。

公式サイト：<http://www.geocities.co.jp/tsure2gusa/>

登録・解除：<http://www.mag2.com/m/0001366532.html>

_/